

# Codificação Turbo Utilizando o Entrelaçador de Berrou-Glavieux para Canais Aditivos com Três Usuários Binários

Mariana C. C. Oliveira<sup>1</sup>, Maria de Lourdes M. G. Alcoforado<sup>1</sup> e Valdemar C. da Rocha Jr.<sup>2</sup>

**Resumo**—Este artigo descreve a aplicação do algoritmo Bahl-Cocke-Jelinek-Raviv aos códigos convolucionais para a decodificação sobre o canal de acesso múltiplo conhecido por canal aditivo para três usuários binários em presença do ruído aditivo gaussiano branco. São apresentadas curvas de desempenho com resultados de simulações computacionais, com codificadores convolucionais na estrutura turbo para cada um dos usuários, utilizando o entrelaçador de Berrou-Glavieux.

**Palavras-chaves** — Canal de acesso múltiplo, canal aditivo para três usuários binários, códigos turbo, entrelaçador.

## I. INTRODUÇÃO

O algoritmo de decodificação Bahl-Cocke-Jelinek-Raviv (BCJR) [1] é utilizado com o objetivo de reduzir a probabilidade de erro de símbolo em sistemas de comunicação. Inicialmente proposto para a comunicação ponto-a-ponto, este algoritmo passou por adequações com a finalidade de atender a sistemas de comunicações conhecidos por sistemas de acesso múltiplo [2]. O objetivo deste artigo é substituir o entrelaçador aplicado em [3] pelo o Berrou-Glavieux e então avaliar o desempenho de um esquema de codificação. São utilizados códigos convolucionais para o canal aditivo com três usuários binários (3-BAC) [4] empregando a estrutura turbo [5] com o entrelaçador Berrou-Glavieux e decodificação iterativa BCJR.

O 3-BAC é um modelo de canal sem memória idealizado para a comunicação simultânea de três remetentes distantes geograficamente e operando na mesma banda de frequências com um único receptor. A cada intervalo de tempo, cada uma das três fontes de informação gera de forma independente uma mensagem binária, que em um 3-BAC sem ruído produz como saída do canal a soma aritmética das entradas. Isto é, a saída do 3-BAC é um símbolo do alfabeto  $\{0,1,2,3\}$  quando o alfabeto de entrada é  $\{0, 1\}$ . Em sistemas de comunicação reais é inevitável a perturbação causada pelo ruído.

Na Seção II é descrita a codificação para o 3-BAC, enquanto na Seção III, são abordadas as simulações realizadas, bem como as considerações finais.

## II. CODIFICAÇÃO PARA O 3-BAC

Considere que três fontes de informação, 1, 2 e 3, emitem mensagens binárias de mesmo comprimento  $N$  representadas pelos vetores  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{c}$ , respectivamente. Os codificadores  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , formados por codificadores convolucionais com mesma taxa de transmissão e na estrutura turbo, codificam  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{d}$  e  $\mathbf{c}$  e dão origem, nesta ordem, aos vetores  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{z}$ , os quais são as entradas para o 3-BAC ruidoso, conforme ilustra a Fig. 1.

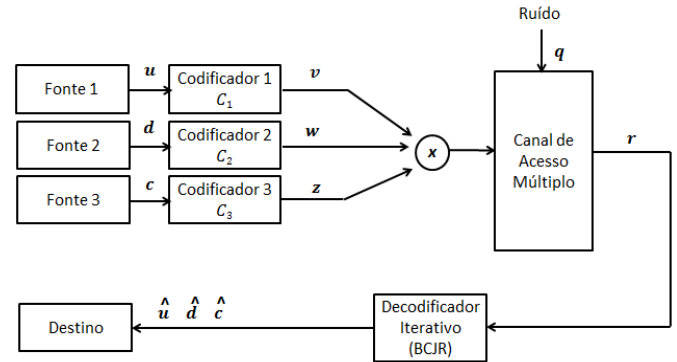


Fig. 1. Esquema da codificação utilizando o 3-BAC ruidoso.

Nesta conjuntura, cada codificador turbo é formado por dois codificadores convolucionais recursivos e sistemáticos (RSC) dispostos em paralelo, os quais podem ser iguais ou distintos. Em cada um dos codificadores RSC a entrada é dada pelos mesmos *bits* de informação, porém em uma sequência diferente devido à existência do entrelaçador. Desta forma, pode-se escrever as sequências de informação para os usuários 1, 2 e 3, respectivamente, como:  $\mathbf{u} = \{\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{N-1}\}$ ,  $\mathbf{d} = \{\mathbf{d}_0, \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_{N-1}\}$  e  $\mathbf{c} = \{\mathbf{c}_0, \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_{N-1}\}$ . Em seguida, com a codificação das mensagens, tem-se as palavras-código para os usuários 1, 2 e 3, nesta ordem, como:  $\mathbf{v} = \{\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{N-1}\}$ ,  $\mathbf{w} = \{\mathbf{w}_0, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{N-1}\}$  e  $\mathbf{z} = \{\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_{N-1}\}$ , em que  $\mathbf{v}_t = (v_t^{(0)}, v_t^{(1)}, \dots, v_t^{(n-1)}) = (u_t, v_t^{(1)}, \dots, v_t^{(n-1)})$  está relacionada a cada um dos  $n$  símbolos de informação do usuário 1, assim como  $\mathbf{w}_t = (w_t^{(0)}, w_t^{(1)}, \dots, w_t^{(n-1)}) = (d_t, w_t^{(1)}, \dots, w_t^{(n-1)})$  e  $\mathbf{z}_t = (z_t^{(0)}, z_t^{(1)}, \dots, z_t^{(n-1)}) = (c_t, z_t^{(1)}, \dots, z_t^{(n-1)})$  está associado com as sequências de informação dos usuários 2 e 3, respectivamente, em que  $0 \leq t \leq N-1$  representa a saída correspondente a cada símbolo de informação. Os símbolos  $v_t^{(0)}$ ,  $w_t^{(0)}$  e  $z_t^{(0)}$  representam as saídas sistemáticas dos codificadores em questão. As entradas para o canal 3-BAC são as sequências de palavras-código  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w}$  e  $\mathbf{z}$ . Considerando que a cada instante de tempo  $t$  é emitido um *bit* por usuário, que por razões de

<sup>1</sup> Departamento de Engenharia de Sistemas, Labtel, Gcom, Escola Politécnica de Pernambuco, Universidade de Pernambuco, Recife, 50720-001, (e-mail: mlmg@poli.br).

<sup>2</sup> V. C. da Rocha Jr., Grupo de Pesquisa em Comunicações, Departamento de Eletrônica e Sistemas, Universidade Federal de Pernambuco, 50.740-550, Recife, PE, (e-mail: vcr@ufpe.br).

transmissão é feito o mapeamento  $0 \rightarrow -1$  e  $1 \rightarrow +1$  através de (1), então a saída do 3-BAC na ausência do ruído é dada por:  $\mathbf{x} = \{ \mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{N-1} \}$ , em que  $\mathbf{x}_t = (x_t^{(0)}, x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(n-1)})$ , onde

$$x_t^{(j)} = (2v_t^{(j)} - 1) + (2w_t^{(j)} - 1) + (2z_t^{(j)} - 1), \quad (1)$$

$$j = 0, \dots, n - 1.$$

Nos casos reais, contando com a contaminação pelo ruído aditivo gaussiano branco (RAGB), a saída do 3-BAC é representada pela sequência recebida:  $\mathbf{r} = \{ \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{N-1} \}$ , em que  $\mathbf{r}_t = (r_t^{(0)}, r_t^{(1)}, \dots, r_t^{(n-1)})$ . A variável aleatória  $r_t^{(j)}$ ,  $j = 0, \dots, n - 1$ , no instante de tempo  $t$ , é definida pela seguinte igualdade:

$$r_t^{(j)} = x_t^{(j)} + q_t^{(j)} \quad j = 0, \dots, n - 1 \quad (2)$$

em que  $q_t^{(j)}$  são amostras independentes de ruído, com a mesma variância  $\sigma^2$  e média zero.

A decodificação iterativa [1], [6] utilizada, emprega o algoritmo BCJR, o qual teve seu conceito ampliado para uso no 3-BAC [2]. Para a detecção são calculadas razões de log-verossimilhança  $\Lambda_l(u_t, d_t, c_t)$ ,  $1 \leq l \leq 7$ , relacionadas à tripla de símbolos de informação  $u_t, d_t, c_t$ , originados pelos usuários 1, 2 e 3, respectivamente.

$$\Lambda_{4i+2j+e}(u_t, d_t, c_t) = \log \frac{P_t\{i, j, e|\mathbf{r}\}}{P_t\{0, 0, 0|\mathbf{r}\}}, \quad (3)$$

onde  $i \in \{0, 1\}$ ,  $j \in \{0, 1\}$ ,  $e \in \{0, 1\}$  e  $P_t\{i, j, e|\mathbf{r}\}$  representa a probabilidade *a posteriori*  $P\{u_t = i, d_t = j, c_t = e|\mathbf{r}\}$  de em um intervalo de tempo  $t$  ter sido recebido o vetor  $\mathbf{r}$ .

### III. RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considere dois codificadores convolucionais sistemáticos, idênticos e recursivos com taxa  $1/2$ , compondo um codificador turbo, descritos conforme a seção II. As matrizes geradoras polinomiais,  $G_y(D)$ ,  $1 \leq y \leq 3$ , relacionadas aos usuários 1, 2 e 3 são representadas, respectivamente por (4), (5) e (6):

$$G_1(D) = \left[ 1 \quad \frac{1+D^2}{1+D+D^2} \right], \quad (4)$$

$$G_2(D) = \left[ 1 \quad \frac{D+D^2}{1+D+D^2} \right], \quad (5)$$

$$G_3(D) = \left[ 1 \quad \frac{D}{1+D+D^2} \right]. \quad (6)$$

A Fig. 2 ilustra a curva relacionada ao usuário 1 para o entrelaçador de Berrou-Glavieux com comprimento 512. O número de iterações foi fixado em seis devido ao retardo na decodificação à medida que o número de iterações aumenta, o qual pode ser crítico para algumas aplicações práticas [7]. Na Fig. 2, com uma relação sinal ruído de 6 dB, uma taxa de erro de *bit* na ordem de  $2 \times 10^{-1}$  resulta quando a decodificação não utiliza o esquema turbo. Com decodificação iterativa, na sexta iteração se alcança uma taxa de erro de  $\sim 10^{-3}$ . Assim como no caso da aplicação do entrelaçador aleatório [3], é notável a melhora bastante significativa do sistema quando são aplicados os códigos turbo.

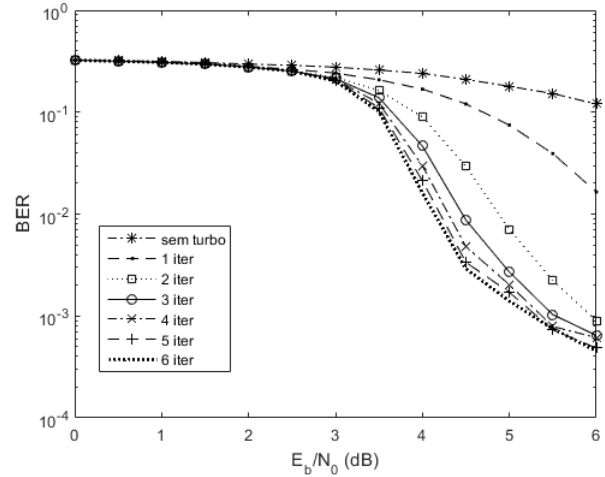


Fig. 2. Curvas de desempenho para o usuário 1.

### IV. AGRADECIMENTOS

Este trabalho recebeu apoio parcial da FACEPE, Projeto No. IBPG-1098-3.04/12. Valdemar C. da Rocha Jr. agradece apoio parcial do CNPq, Projeto No. 3307467/2015-5.

### REFERÊNCIAS

- [1] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, *et al.*: “Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate”, *IEEE Trans. Inf. Theory*, pp. 284-287, 1974.
- [2] M. L. Melo Guedes Alcoforado, V. C. da Rocha Jr, G. Markarian, *et al.*: “Iterative Decoding of Turbo Convolutional Codes Over Noisy Two-User Binary Adder Channel”, *Electronic Letters*, pp. 759-751, 2011.
- [3] M. L. Melo Guedes Alcoforado, M. C. Carvalho Oliveira e V. C. da Rocha Jr: “The Bahl-Cocke-Jelinek-Raviv Decoding Algorithm Applied to the Three-User Binary Adder Channel”, *Inst. Eng. Technol*, pp. 897-902, 2015.
- [4] T. Kasami e Shu Lin: “Coding for a Multiple-Access Channel”, *IEEE Trans. on Inform Theory*, pp. 129-137, 1976.
- [5] C. Berrou, A. Glavieux e P. Thitimajshim: “Near Shannon Limit, Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes”, *Proc. IEEE Int. Conf. Comm. (ICC'93)*, pp. 1064-1071, 1993.
- [6] J. Hagenauer: “Iterative Decoding of Binary Block and Convolutional Codes”, *IEEE Trans. Inform. Theory*, pp. 429-445, 1996.
- [7] G. Wang, I. Land e A. Grant: “Irregular Repeat Accumulate Codes with Few Iterations for the Binary Adder Channel”, *Proc. Seventh Int. Symp. on Turbo Codes and Iterative Information Processing (ISTC 2012)*, pp. 215-219, 2012.